《天体物理学》

第二章　辐射 (a)

讲授：徐仁新

北京大学物理学院天文学系

天机被光子泄露

天体物理过程的信使（*messenger*）

早实现： 光子、中微子、宇宙线

刚实现： 引力波（引力子）

光子（电磁波）探测是目前天体物理家获取信息的最主要手段，依其能量可分为

- γ射线：能量E >~1MeV
- X射线：~0.1keV<E<~1MeV
- 紫外线
- 可见光：~3000 Å<λ(波长)<~7000 Å
- 红外射线
- 射电波：λ>~1mm

依此顺序，光子的波动性逐渐增加、粒子性减弱。

为何不说：无线射线？伽马电波？

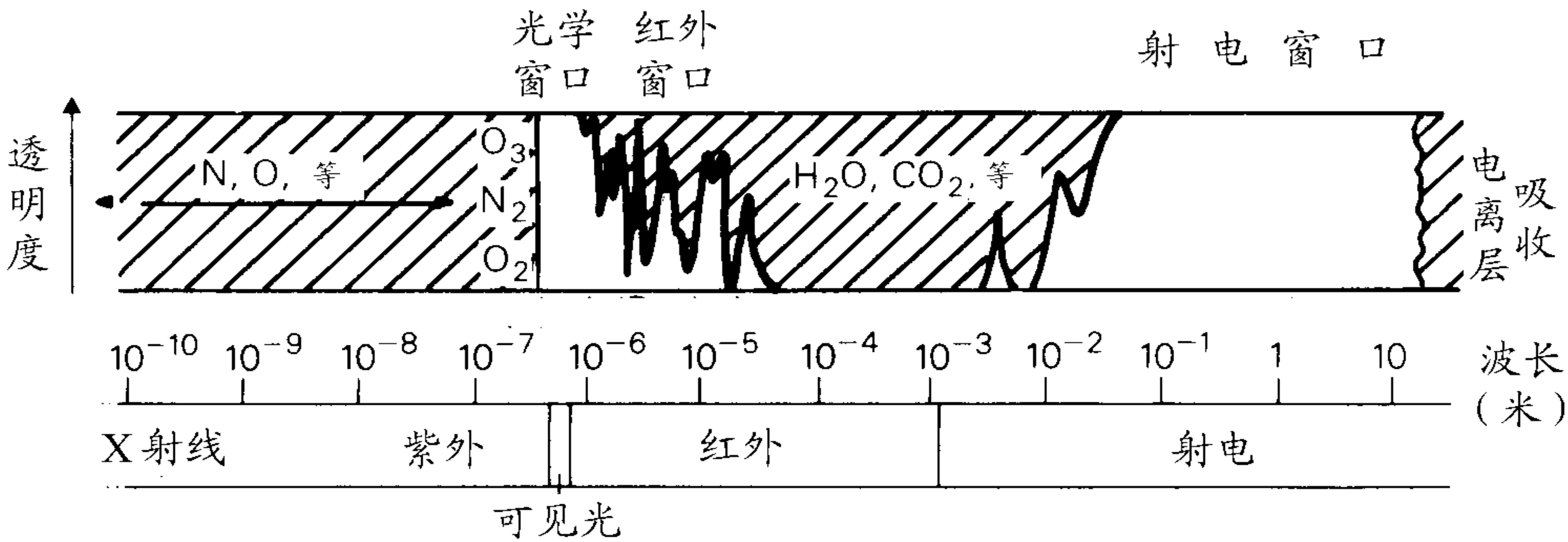
大气辐射窗口

经过地球大气层的吸收，电磁辐射只在三个频段能够透射：“大气辐射窗口”。

光学窗口： ~300nm 至 ~900nm

红外窗口： 由若干μm波长的窄波段构成

射电窗口： ~1mm 至 ~30m（~10MHz 至 ~300GHz）



1，黑体辐射

热辐射： 处于热平衡的物体所发射的辐射

主要成分：$mc^2 < \sim kT$的粒子。$m = 0$光子是热辐射主要成分

非热辐射： 未处于热平衡物体的辐射

比如磁场环境下非热高能电子辐射：回旋辐射、同步辐射

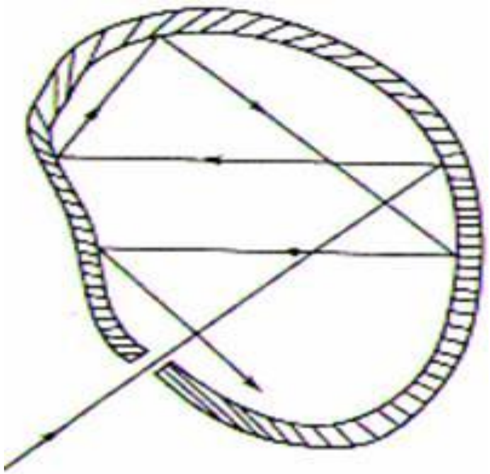
Kirchhoff定律： $\psi_e(\nu,T) = \alpha(\nu,T)\cdot B(\nu,T)$

$B(\nu,T)$是与材料无关的函数。此定律可用热力学定律证明

黑体辐射： 吸收系数$\alpha(\nu,T) = 1$的热辐射

可见：黑体辐射是辐射效率最高的热辐射

1，黑体辐射



能量密度： Planck公式

$$\rho_\nu(T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\frac{1}{e^{h\nu/(kT)}-1}$$

辐射通量： Stefan-Boltzmann定律

$$B(T) = \frac{c}{4}\int_0^{+\infty}\rho_\nu(T)\mathrm{d}\nu = \sigma T^4$$

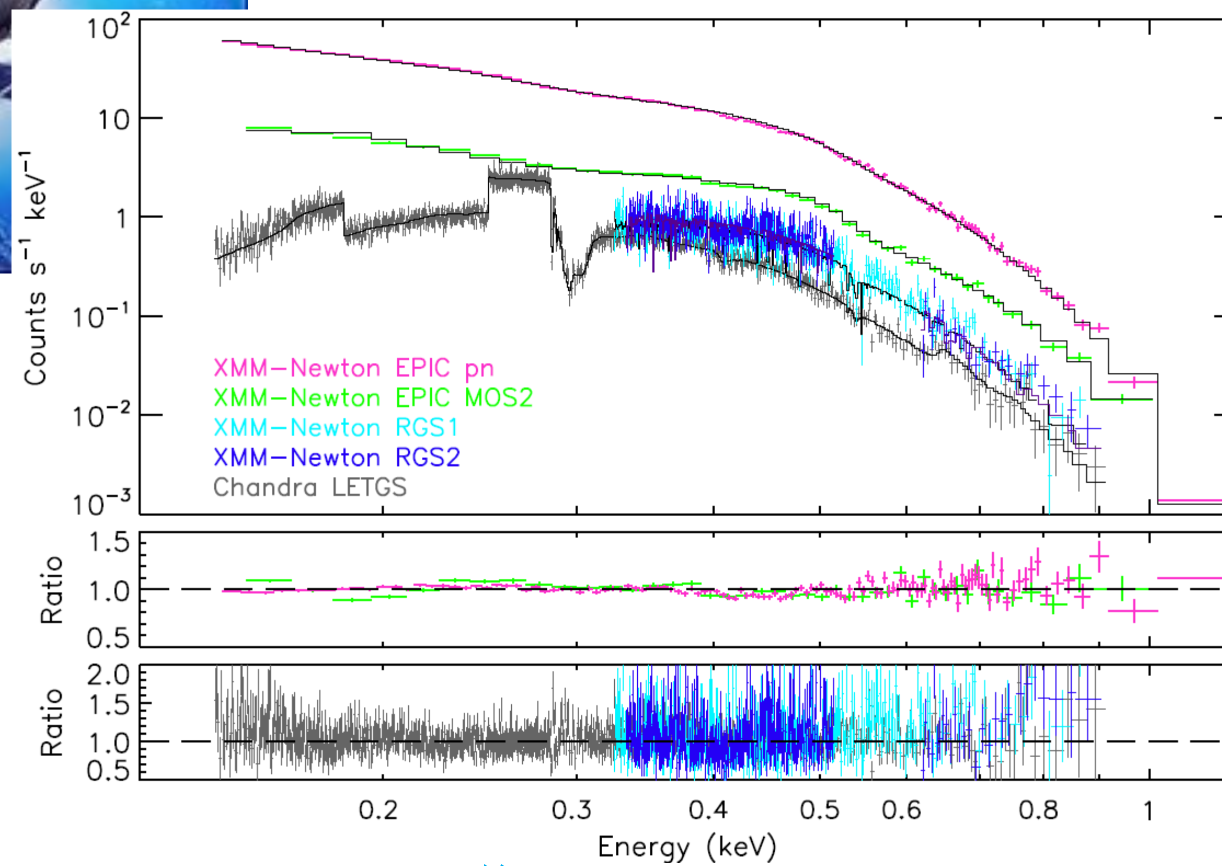
Wien位移定律： $\lambda_{\max} T = 0.29\ \mathrm{cm\ K}$

辐射场状态方程： $p(T) = \rho(T)/3$，$p = \omega\rho$

1，黑体辐射

“黑体”辐射一例：**暗热中子星X射线热辐射（XDINS）**

Chandra和Newton卫星测得谱



Burwitz等, 2003， A&A， 399， 1109

RX J1856.5-3754的X射线像

（目前所知最靠近我们的中子星）

2，回旋辐射

典型非热辐射： 电子加速运动产生的辐射

辐射场的计算

$$\begin{cases} \vec{E} = -\nabla\varphi - \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \dfrac{q}{R^2}\left[\dfrac{\vec{n}-\vec{\beta}}{\gamma^2(1-\vec{\beta}\cdot\vec{n})^3}\right]_{\rm ret} + \dfrac{q}{cR}\left[\dfrac{\vec{n}\times\{(\vec{n}-\vec{\beta})\times\dot{\vec{\beta}}\}}{(1-\vec{\beta}\cdot\vec{n})^3}\right]_{\rm ret} \\ \vec{B} = [\vec{n}\times\vec{E}]_{\rm ret} \end{cases}$$

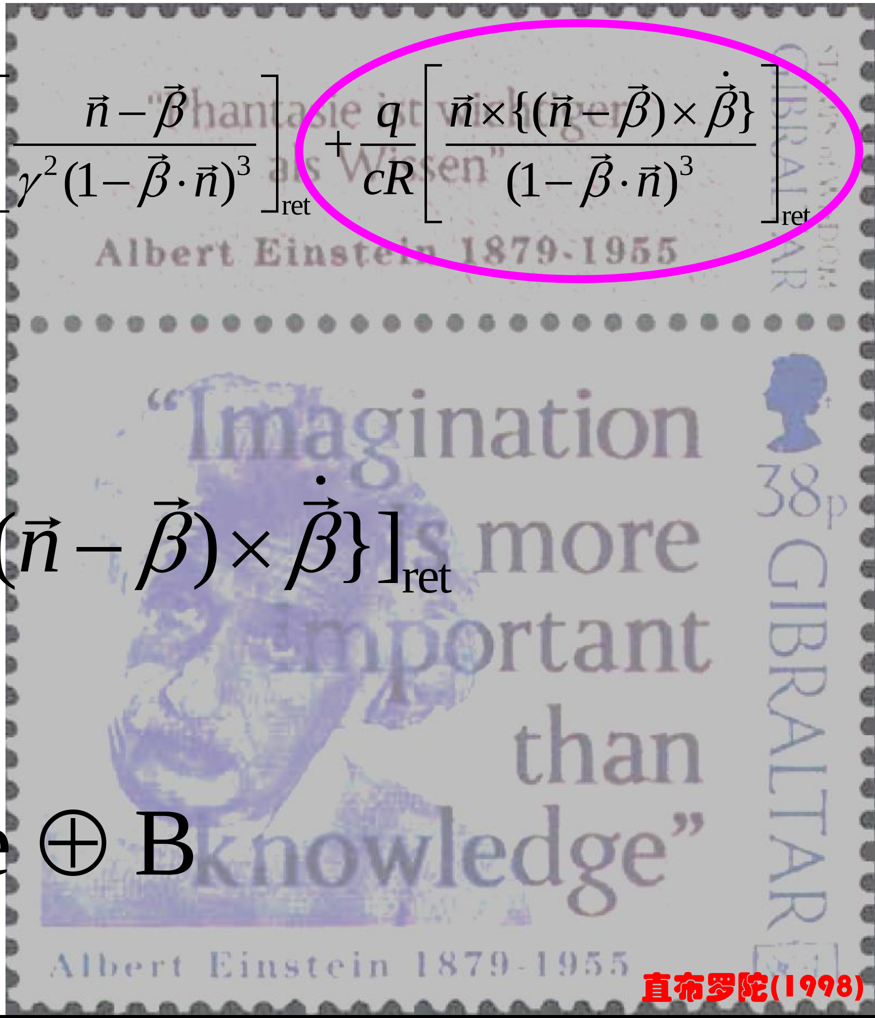
为何μ子探测器要埋起来？

非相对论情形（$\beta << 1$）

$$\begin{cases} \vec{E} = \dfrac{q}{cR}[\vec{n}\times\{(\vec{n}-\vec{\beta})\times\dot{\vec{\beta}}\}]_{\rm ret} \\ \vec{B} = [\vec{n}\times\vec{E}]_{\rm ret} \end{cases}$$

外磁场中相对论电子： e ⊕ B

回旋辐射、同步辐射、曲率辐射



直布罗陀(1998)

2，回旋辐射

定性分析： $e(\beta << 1) \oplus B$

Larmor半径 $r_L = \dfrac{mcv}{eB}$

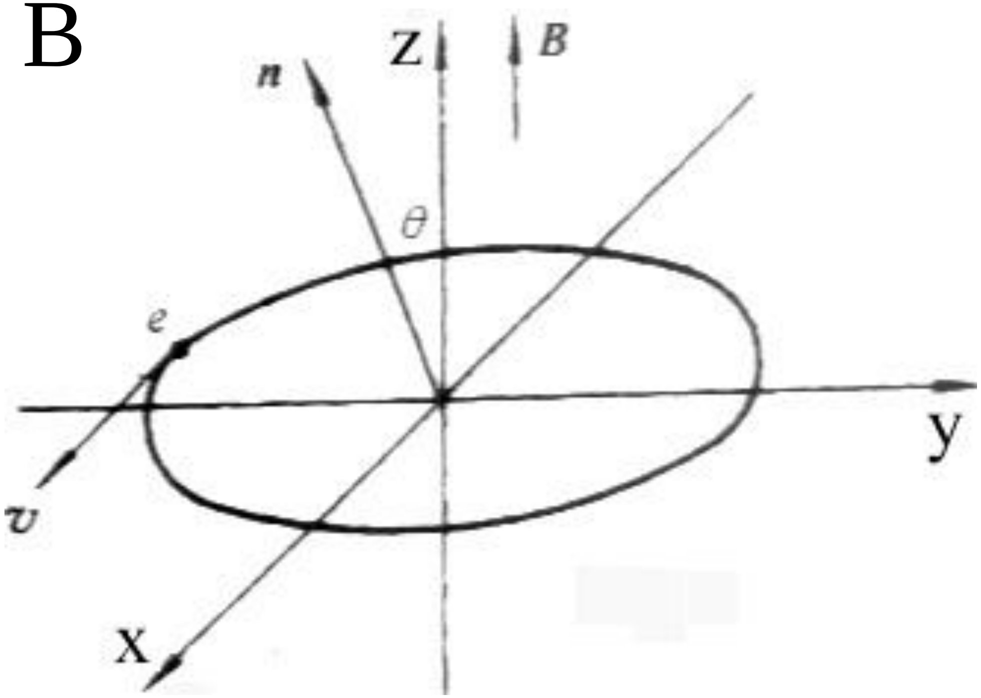
Hilas图

(Hillas diagram)

Larmor圆频率 $\omega_L = \dfrac{eB}{mc}$

狭义相对论效应：

$r_0 = \gamma r_L$、$\omega_0 = \omega_L / \gamma$



圆周运动：可以分解为相位差π/2的两个互相垂直电偶极子

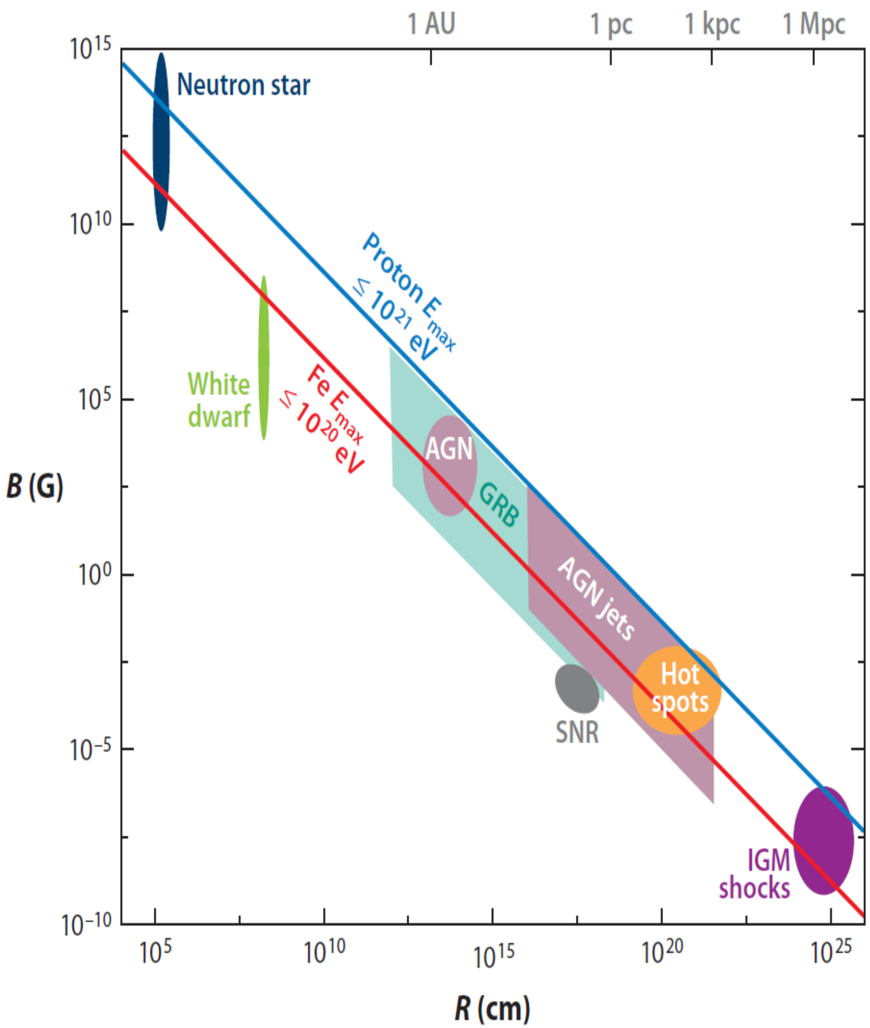
电偶极辐射：单频、辐射能流$S \sim \sin^2\vartheta\, \mathbf{n}$，**电场矢量与d、n共面**

辐射场特性：

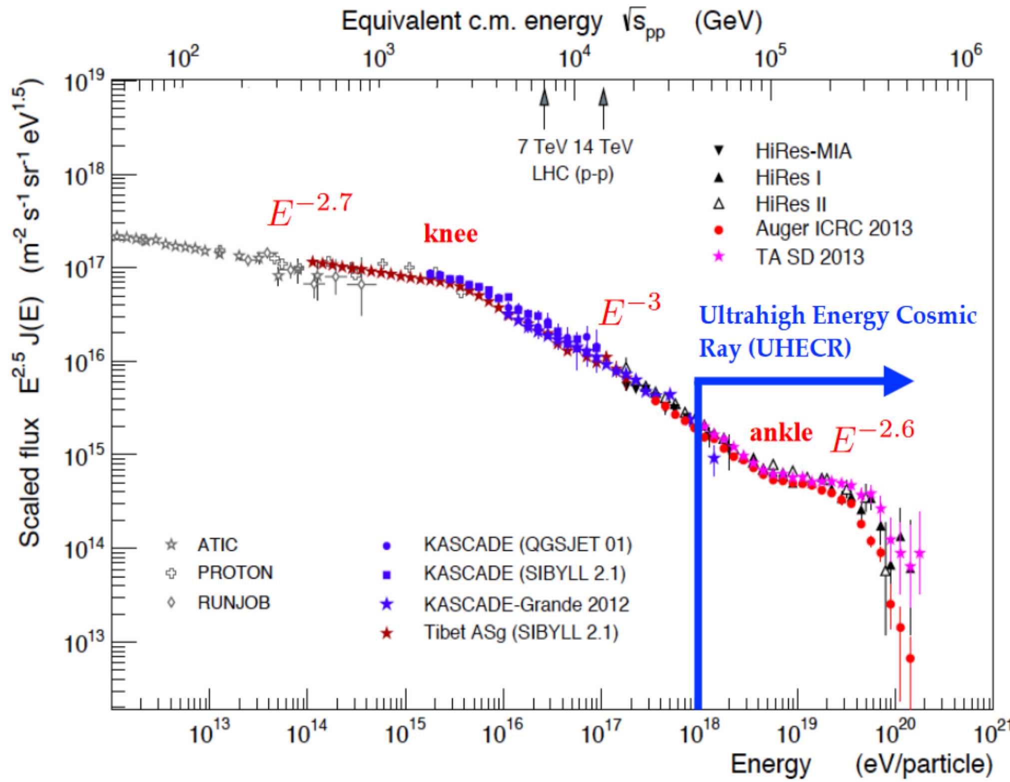
1，单色，2，辐射近乎各向同性，3，椭圆偏振

宇宙线研究中的Hilas(1984)图

•高能宇宙线被约束在某个区域以便多次加速， $\gamma mc^2 = qBR/\beta$

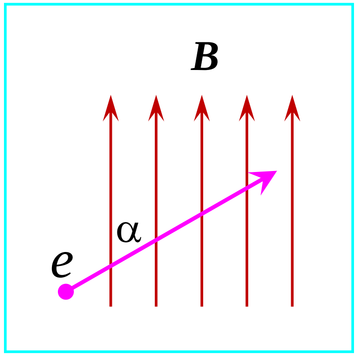


对于ER宇宙线 $\beta \approx 1 \Rightarrow E_{max} = qBR$



Kotera & Olinto (2011, ARA&A, 49, 119)

2，回旋辐射



电动力学计算结果： e($\beta \ll 1$) ⊕ B

单个电子的辐射功率：$P = 1.6\times10^{-15}\beta^2 B^2 \sin^2\alpha$ (erg/s)

各向同性平均功率： $\bar{P} = 1.1\times10^{-15}\beta^2 B^2$ (erg/s)

辐射角频率为$S\omega_0$（$S = 1, 2, 3, \ldots$），谱功率为：

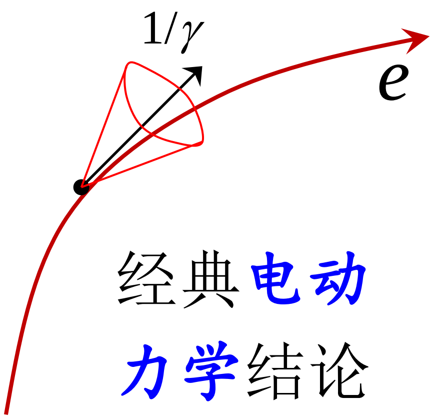
$$P_s \approx \frac{2e^2\omega_L^2}{c}\frac{(S+1)S^{2S+1}}{(2S+1)!}\beta^{2S}$$

$\Rightarrow P_{S+1}/P_S \sim \beta^2 \ll 1$

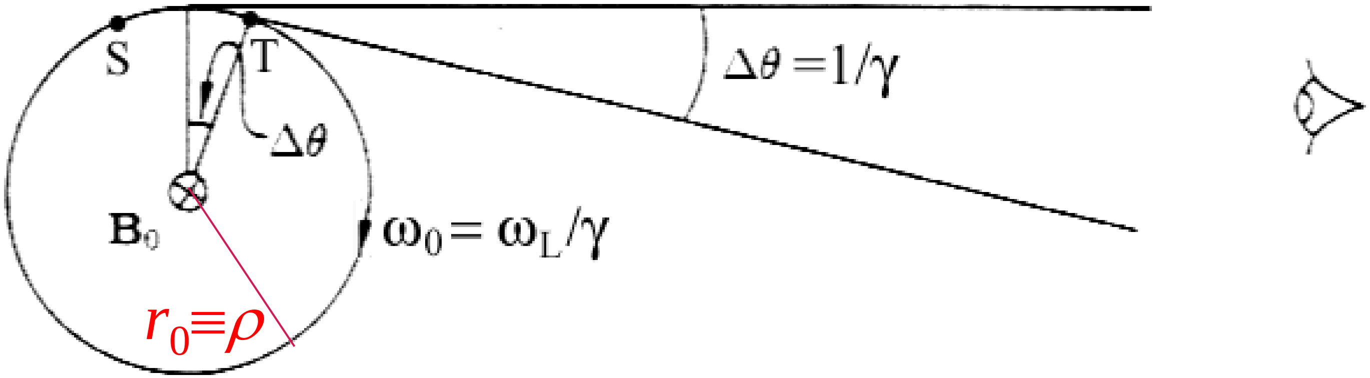
角分布：$\sim (1+\cos^2\theta)\, d\Omega$

3，同步辐射

定性分析： $e(\gamma >> 1) \oplus B$ $\quad$ $\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{B} = 0$情形



经典**电动力学**结论

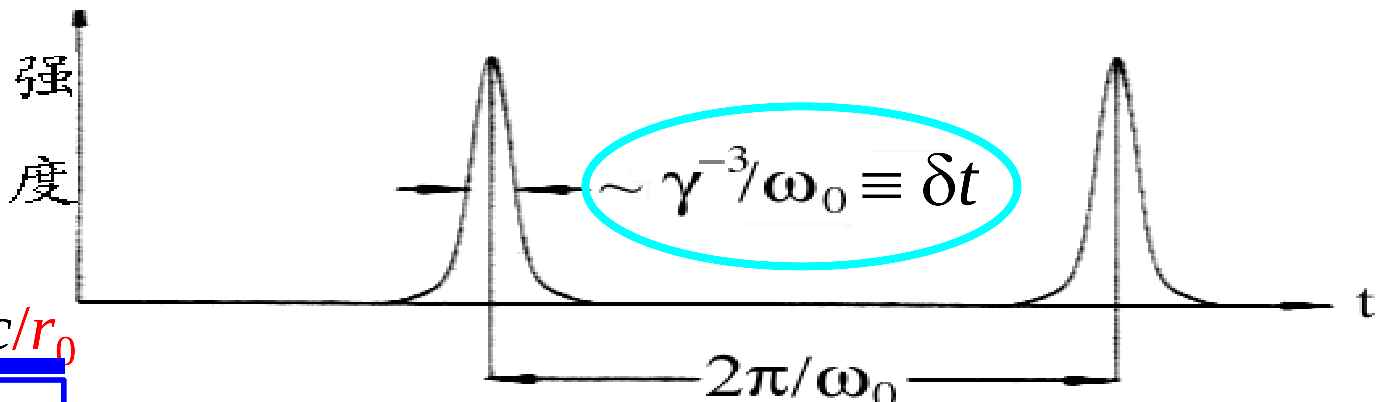


电磁场强度**辐射谱：**

基频ω_0

$\omega_m \sim 1/\delta t \sim \gamma^3 c/r_0$

推广至“曲率”辐射



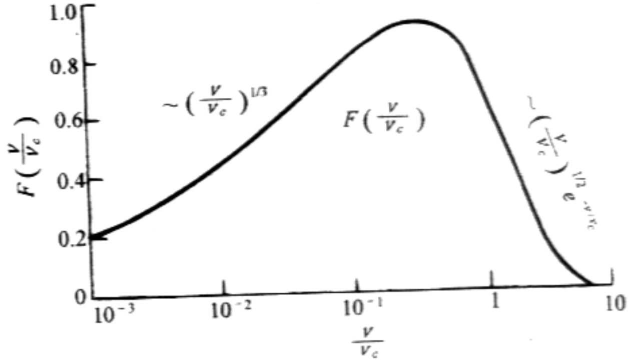
3，同步辐射

电动力学计算结果： $e(\gamma >> 1) \oplus B$

辐射谱为**连续谱**：

单能辐射谱近似为宽的、频率为ν_m的单色"**谱线**"

$$\boxed{\nu_m \sim \gamma^3 \nu_0 \sim 1/\delta t}$$



单个电子的辐射功率：$P = 1.6\times10^{-15}\gamma^2\beta^2 B^2 \sin^2\alpha$ (erg/s)

各向同性平均功率： $\bar{P} = 1.1\times10^{-15}\gamma^2\beta^2 B^2$ (erg/s)

辐射平均寿命：$\tau \sim \gamma mc^2/P$

$$\tau \sim \frac{5.1\times10^8}{\gamma\beta^2 B^2 \sin^2\alpha}\ (\mathrm{s}) \sim \frac{8.7\times10^{11}}{B^{3/2}\nu_m^{1/2}\sin^{3/2}\alpha}\ (\mathrm{s})$$ ~28年（Crab）

4，Landau能级与曲率辐射

磁场强中相对论电子运动的量子效应

$l \sim r_L \sim mc^2/(eB) \sim B^{-1}$，$\lambda \sim \lambda\!\!\!^{-} = \hbar/(mc)$

$l \sim \lambda \Rightarrow B \sim B_q \equiv m^2c^3/(e\hbar) = 4.414\times10^{13}$G；临界磁场

QED $\Rightarrow$ 能量本征值

$$E_n = \sqrt{c^2 p_\parallel^2 + m^2c^4(1+2\frac{B}{B_q}n)}$$

$n = n_L + s + ½ = 0, 1, 2, \ldots$ （$n_L = 0, 1, 2, \ldots$， $s = \pm ½$)

较弱磁场近似（$B<<B_q$，考虑 $p_\parallel = 0$ 情形）

$$E_n = mc^2 + n\hbar\omega_L + \ldots \quad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

4，Landau能级与曲率辐射

能级间隔$\Delta E = \hbar eB/(mc)$

定义$\Rightarrow$ $mc^2 = \hbar eB_q/(mc)$

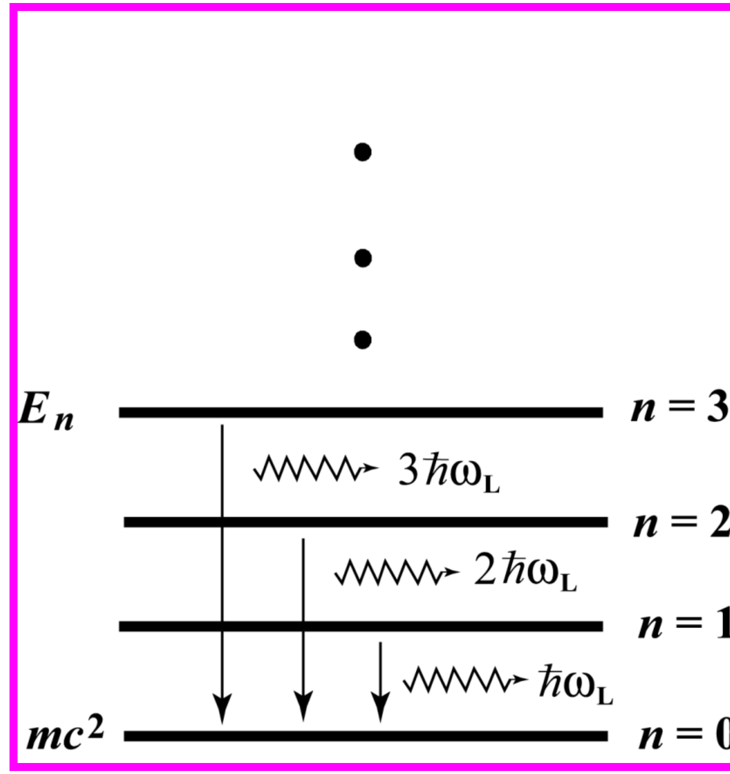
$$\left.\begin{array}{l}\Delta E = \hbar eB/(mc) \\ mc^2 = \hbar eB_q/(mc)\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{B}{B_q} = \frac{\Delta E}{mc^2}$$

对于电子而言，有：

$$\Delta E_e = 11.6 B_{12}\,\text{keV}$$

而对于质子，有：

$$\Delta E_p = 6.3 B_{12}\,\text{eV}$$

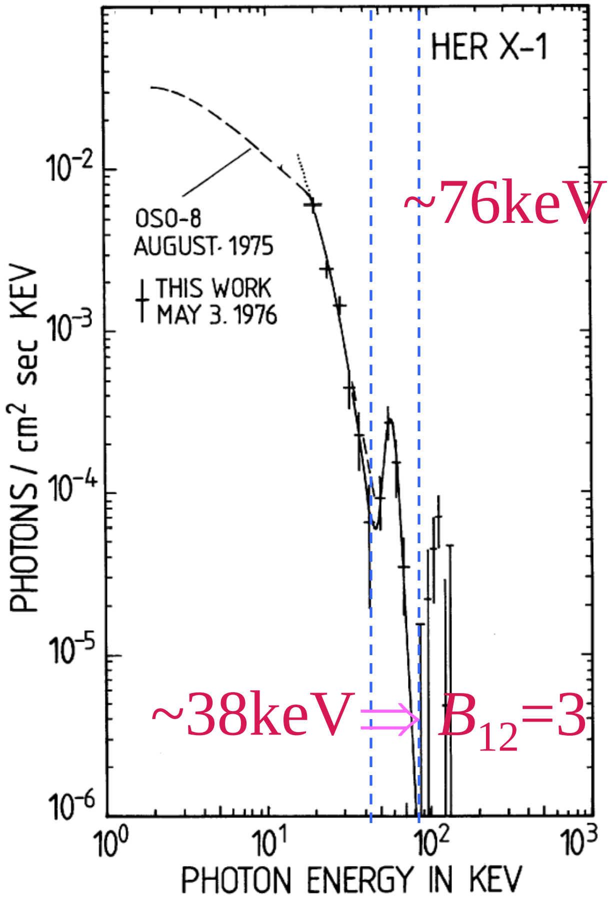


$B \ll B_q$情形下的Landau能级

∴确定了Landau能级间隔就可测得天体磁场

4，Landau能级与曲率辐射

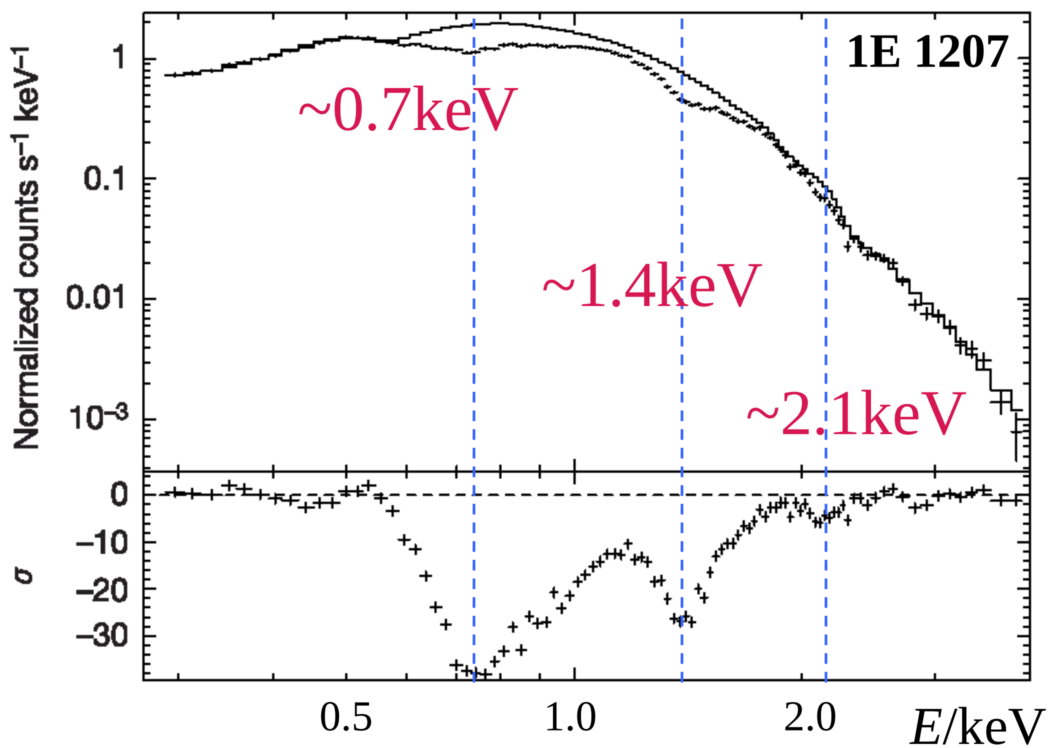
$$\Delta E_e = 11.6 B_{12}\,\text{keV}，\Delta E_p = 6.3 B_{12}\,\text{eV}$$



Truemper et al., 1978, ApJ, 219, L105

$\Delta E_e = 0.7\text{keV} \Rightarrow B = 6\times10^{10}\text{G}$

$\Delta E_p = 0.7\text{keV} \Rightarrow B \sim 10^{14}\text{G}$



Bignami et al., 2003 Nature, 423, 725

4，Landau能级与曲率辐射

Landau能级激发态的时标

$\tau \sim 10^{9}\gamma^{-1}B^{-2} \sim 10^{-18}\ \gamma_3^{-1}B_{12}^{-2}$ << 运动学时标 $\sim L/c > 10^{-4}$

$\Rightarrow$ **电子“束缚于磁力线”运动**

类比于同步辐射讨论

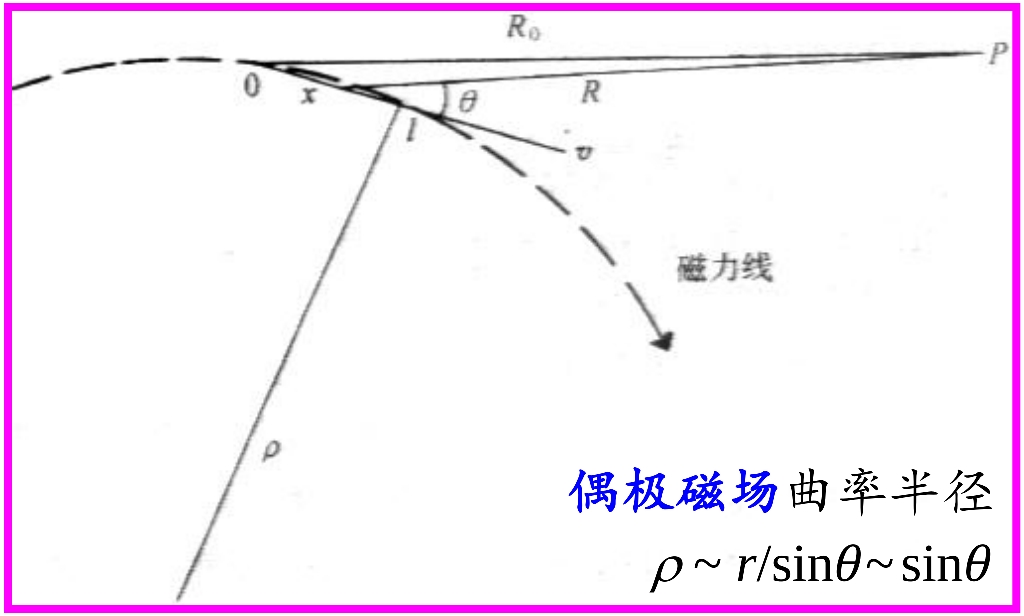
将曲率辐射类比于回旋半径为曲率半径ρ的同步辐射

同步辐射$r_0 = c/(2\pi\nu_0)$

$$\nu_{\rm m} \sim \nu_{\rm c} = (3/2)\gamma^3\nu_0$$

$\Rightarrow$ 峰值频率（r_0代以ρ）：

$$\nu_{\rm m} \approx \frac{3}{2}\gamma^3\left(\frac{c}{2\pi\rho}\right)$$



偶极磁场曲率半径

$\rho \sim r/\sin\theta \sim \sin\theta$

对于确定ρ，曲率辐射谱亦可近似看作“线”谱

总　结

0，信使与大气辐射窗口

1，黑体辐射

2，回旋辐射

3，同步辐射

4， Landau能级与曲率辐射

作　业

1、在0.5keV至5keV波段测得脉冲星PSR1929+10的辐射可较好地用温度为5.14×10^6K的黑体谱拟合，相应的黑体辐射流量为1.7×10^{-13} erg cm^{-2} s^{-1}。又由射电脉冲星色散测量知此星距地球7.7×10^{20}cm。试估计该黑体辐射区的面积（假定此黑体辐射是各向同性的）。

2、蟹状星云是我们祖先在1054年看到并记录的一颗著名超新星爆发后留下的残骸，它具有约10^{-4}高斯的磁场。该星云在各个电磁波段都有较强的辐射，其中某些波段的辐射是由同步辐射或回旋辐射产生的。试问：1，电子与磁场作用产生辐射的最低频率为多少？2，Lorentz因子$\gamma = 100$的电子与磁场作用主要产生多高频率的电磁辐射？3，如果认为蟹状星云在可见光波段的辐射也是由电子与磁场作用能产生的，该星云内很可能存在Lorentz因子为多少的电子？