《原子物理学》

热辐射与Planck假说

讲授：徐仁新

北京大学物理学院天文学系

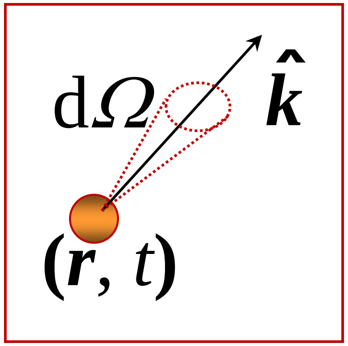
19世纪下半叶欧洲钢铁工业（特别是练钢技术）的发展大大促进了人们对**热辐射**、**黑体辐射**的研究……

这种辐射是一种特殊的电磁波，它**能够在经典Maxwell理论框架理解吗**？

1，辐射场的定量描述

描述辐射场的分布函数： $f(\nu, \hat{\boldsymbol{k}}, \boldsymbol{r}, t)$

$\{\boldsymbol{r}, t\}$处单位体积内 ν - $\nu + \mathrm{d}\nu$内沿$\hat{\boldsymbol{k}}$方向$\mathrm{d}\Omega$立体角内能量



$\Rightarrow$**能量密度：** 单位体积内能量 $u = \oiint f(\nu, \hat{k}, \vec{r}, t)\mathrm{d}\nu\mathrm{d}\Omega$

对于各向同性、均匀、稳态辐射场：

$$u = \oiint f(\nu, \hat{k})\mathrm{d}\nu\mathrm{d}\Omega = 4\pi\int f(\nu)\mathrm{d}\nu$$

谱能量密度： $u(\nu)$　单位体积内$\{\boldsymbol{r}, t\}$处ν - $\nu + \mathrm{d}\nu$内的能量

对于各向同性、均匀、稳态辐射场：

$$u(\nu) = 4\pi f(\nu)$$　　易知：$u = \int u(\nu)\mathrm{d}\nu$

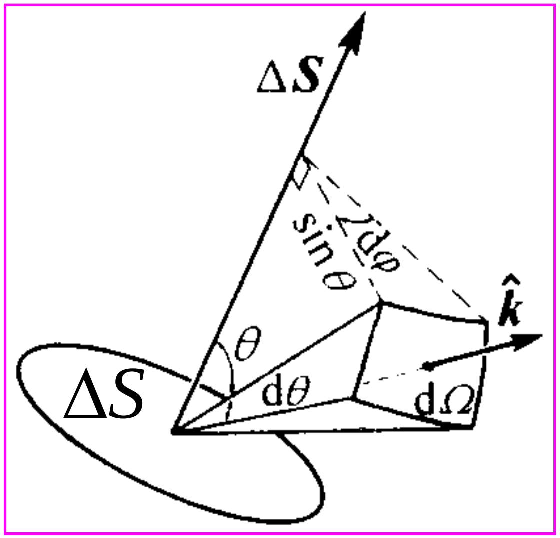
1，辐射场的定量描述

谱辐射通量： $\psi(\nu)$

{**r**, *t*}处辐射通过单位面元的能流。

通过面元Δ*S*的谱辐射通量则为

$$\Delta\psi(\nu)=\psi(\nu)\times\Delta S$$
$$=\int_{2\pi} cf(\nu,\hat{k},\vec{r},t)\mathrm{d}\Omega(\hat{k}\cdot\Delta\vec{S})$$
$$=\pi cf(\nu)\cdot\Delta S$$（均匀、各向同性、稳态）
$$=\frac{c}{4}u(\nu)\cdot\Delta S$$



辐射通量： $\psi=\int\psi(\nu)\mathrm{d}\nu=\frac{c}{4}u$

能量密度

对于定向辐射场，**k**只等于某特定值，$\psi=cu$。易知，“1/4”为各向同性流动积分所致。

2，热辐射，黑体辐射，腔辐射

热辐射：处于热平衡的物体所发射的辐射

主要成分：$mc^2 < \sim kT$的粒子。$m = 0$光子是热辐射主要成分

狭义的热辐射只指电磁辐射

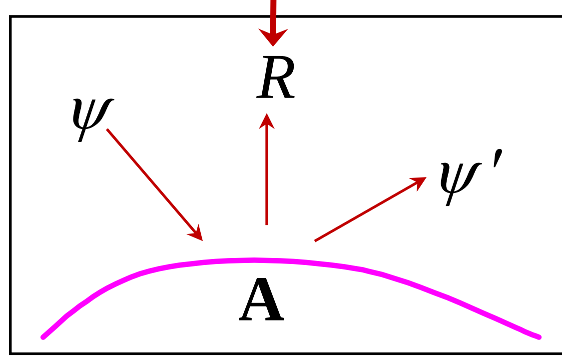
非热辐射：未处于热平衡物体的辐射

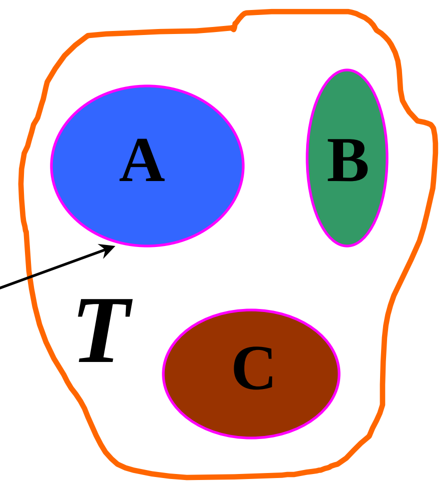
比如磁场环境下非热高能电子辐射：回旋辐射、同步辐射

谱吸收系数：$\alpha(\nu, T)$

Emissivity：发射率

$$\alpha(\nu, T) = \frac{\psi - \psi'}{\psi} = \frac{R}{\psi}$$





2，热辐射，黑体辐射，腔辐射

Kirchhoff定律：$R_\mathrm{i}(\nu,T) = \alpha_\mathrm{i}(\nu,T) \times B(\nu,T)$

$B(\nu,T)$是与材料无关的函数。此定律可用热力学定律证明：

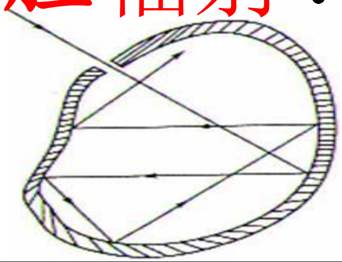
$$\boxed{\psi\text{与}\{\hat{\boldsymbol{k}}, \boldsymbol{r}, t\}\text{无关}} \Rightarrow \frac{R_\mathrm{A}}{\alpha_\mathrm{A}} = \frac{R_\mathrm{B}}{\alpha_\mathrm{B}} = \frac{R_\mathrm{C}}{\alpha_\mathrm{C}} = \ldots \equiv B_\mathrm{T}(\nu) = \frac{c}{4} u_\mathrm{T}(\nu)$$

推广：BBN前强块的蒸发率？

黑体辐射：吸收系数$\alpha(\nu,T) = 1$的热辐射

可见：黑体辐射是辐射效率最高的热辐射

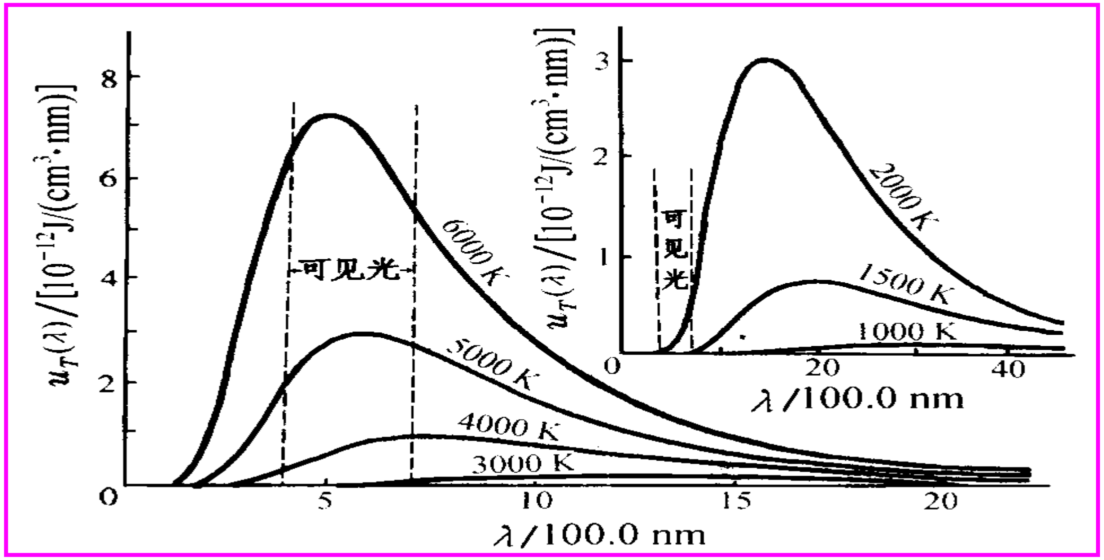
如何选择一个“好”的黑体？——腔辐射！



优点
- 实验：容易实现
- 理论：经典电动力学可方便地研究腔电磁场

3，黑体辐射的实验规律

黑体辐射谱：



辐射通量： Stefan-Boltzmann定律

$$B(T)=\frac{c}{4}\int_0^{+\infty}u(\nu,T)\mathrm{d}\nu=\sigma T^4$$

Wien位移定律： $\lambda_{\max}T = 0.29\ \text{cm K}$

3，黑体辐射的实验规律

黑体辐射应用一例：测量恒星距离或半径

一般认为恒星表面的辐射可以近似为黑体辐射。已知北极星辐射主要波段在3500Å附近，又根据三角视差法等测出其距离地球200pc。地球上测得此星的总辐射通量为7×10^{-9}erg/(cm^2 s)。试估计北极星的半径。

[解] 1pc = 3.09×10^{18}cm，1Å = 10^{-8}cm

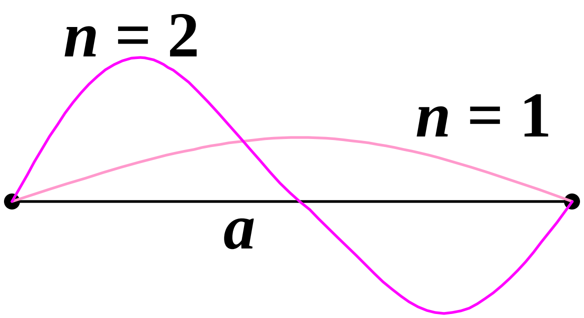
$$T = 0.29\ \text{cm K}/(3500\times10^{-8}\text{cm}) = 8300\ \text{K}$$

$$F = 4\pi R^2\times\sigma T^4/(4\pi D^2) \Rightarrow R = 10^{11}\ \text{cm}$$

4，腔辐射的经典理论

腔中辐射可以看作若干电磁波的**驻波**

先讨论**一维**情形：一维电磁驻波的计数



驻波条件：$a/n = \lambda/2$

$(n = 0, 1, 2, 3, \ldots)$

$\nu = c/\lambda$

$$n = \frac{2a}{\lambda} = \frac{2a}{c}\nu$$

$$\mathrm{d}n = \frac{2a}{c}\mathrm{d}\nu$$

因每一驻波存在两种偏振模式，故：

单位长度在ν-$\nu+\mathrm{d}\nu$内电磁波数目为

$$\mathrm{d}N = \frac{2\mathrm{d}n}{a} = \frac{4}{c}\mathrm{d}\nu$$

4，腔辐射的经典理论

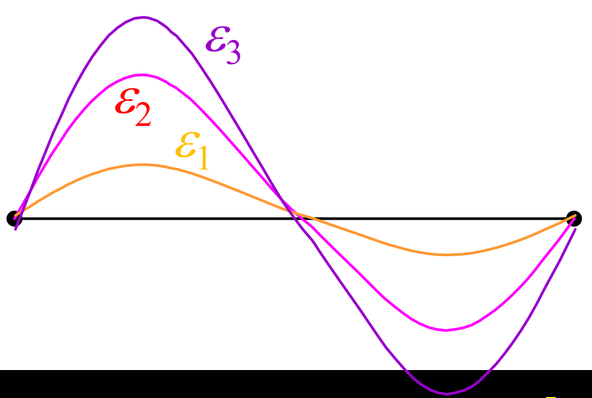
腔中辐射可以看作若干电磁波的**驻波**

三维推广：单位体积内在ν-ν+dν内电磁波数目

$$\mathrm{d}N = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\mathrm{d}\nu$$

每一驻波模式平均能量：能量$\varepsilon \propto E_0^2$

经典Boltzmann分布率：能量ε的概率$\propto \exp(-\varepsilon/kT)$



$$\Rightarrow \bar{\varepsilon} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon \exp(-\varepsilon / k_B T)}{\int_0^\infty \exp(-\varepsilon / k_B T)} = k_B T$$

4，腔辐射的经典理论

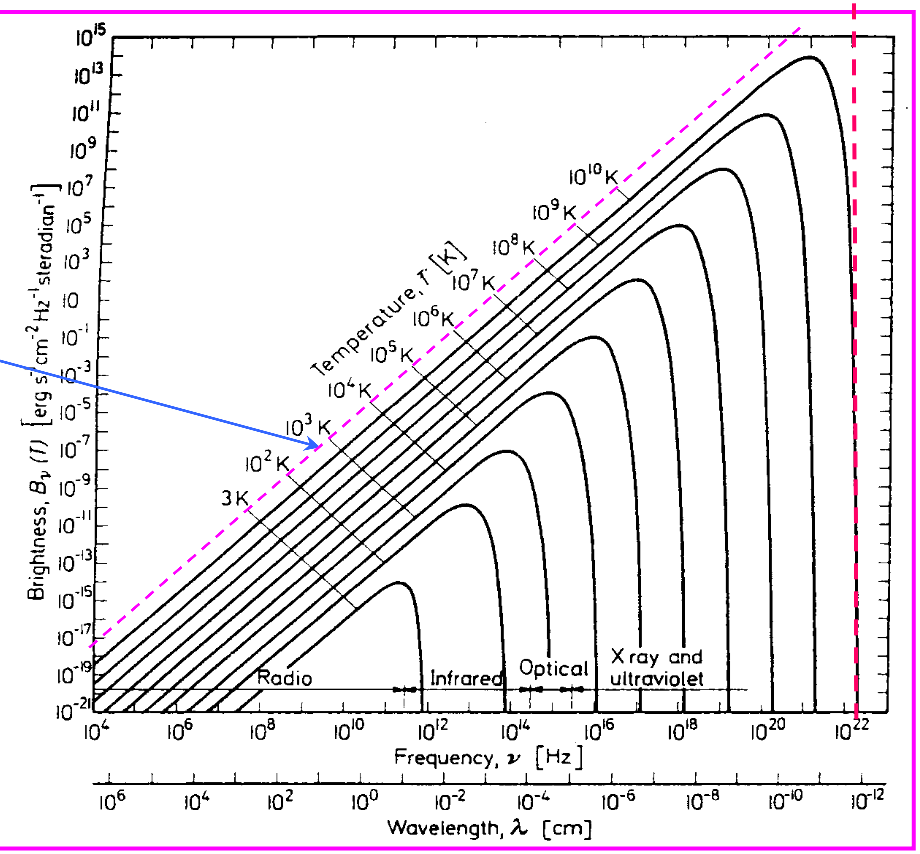
Rayleigh-Jeans公式：

频率ν-ν+dν内电磁场的**能量密度**：

Wien's Formula

$$u(\nu)\,\mathrm{d}\nu=\mathrm{d}N\,\overline{\varepsilon}=\frac{8\pi\nu^2}{c^3}kT\mathrm{d}\nu$$

$$\Rightarrow u(\nu)\propto\nu^2$$



紫外发散

（紫外灾难）

4，腔辐射的经典理论

如何解决紫外发散（紫外灾难）难题？

Weinberg：科学研究的四点忠告

1. 没有人能够了解所有的知识，你也不必。
2. **到混乱的地方去，那里才是你该行动的地方。**
3. 要原谅自己“虚度时光”。

“乱世出英雄”

4. 学一点科学史，起码是你所研究学科的历史。

怎样解决这一难题？显然要“压低”高频模式获得能量的机会。

你有什么解决之道...

让我们看看一百多年前的Planck是怎么考虑的！（量子论之父）

5，Planck假设与Planck公式

Planck为解决紫外灾难的出发点：E_0**不连续！**

假定：辐射体**腔内振子的能量**不能连续改变，腔与辐射体之间的能量交换激发辐射场能$\propto E_0^2$**不能连续变化：**

$$\varepsilon = 0,\ \varepsilon_0,\ 2\varepsilon_0,\ 3\varepsilon_0,\ \ldots;$$

其中ε_0为基本能量单元，它正比于ν，写成等式：

第一次 $\boxed{\varepsilon_0 = h\nu,}$ 旨在压低高频模式获得能量的机会！

比例常数h称为Planck常数。则每一驻波模式$\bar{\varepsilon}$：

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\varepsilon_0 \exp(-n\varepsilon_0 / k_B T)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n\varepsilon_0 / k_B T)} = \frac{h\nu}{\exp(h\nu / kT) - 1}.$$

5，Planck假设与Planck公式

这样就得到黑体辐射场的**能量密度**：Planck公式(**1900年**)

$$u_\nu(T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\bar{\varepsilon} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\frac{1}{e^{h\nu/(kT)}-1}.$$

Bose(1924)画上句号!

此式与实验结果**完全一致**！

Nobel物理奖, 1918年

考虑Planck公式于$h\nu/kT \ll 1$的情形：

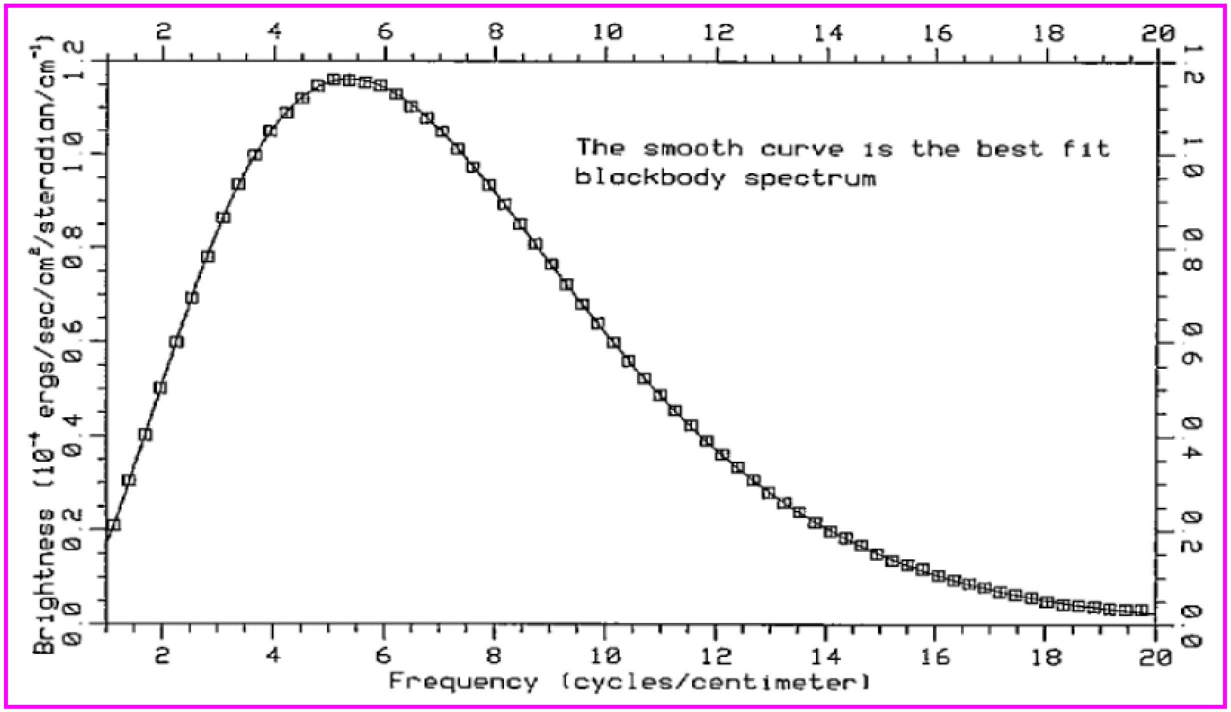
$$\exp(h\nu/kT) = 1 + h\nu/kT + \ldots$$

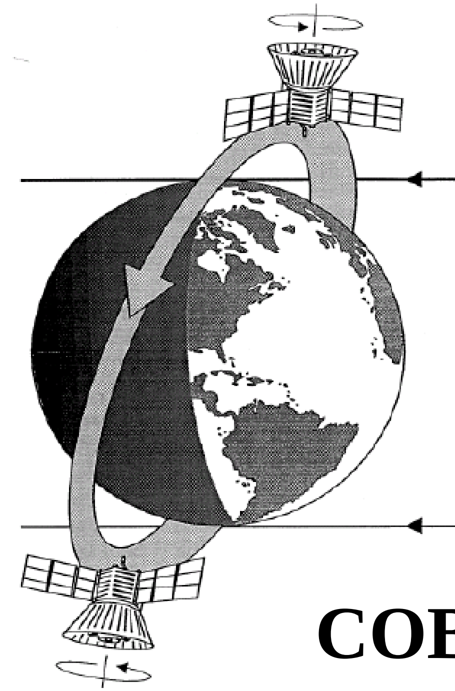
$$u_\nu(T) \approx \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\frac{kT}{h\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}kT.$$

近似为 Rayleigh-Jeans 公式

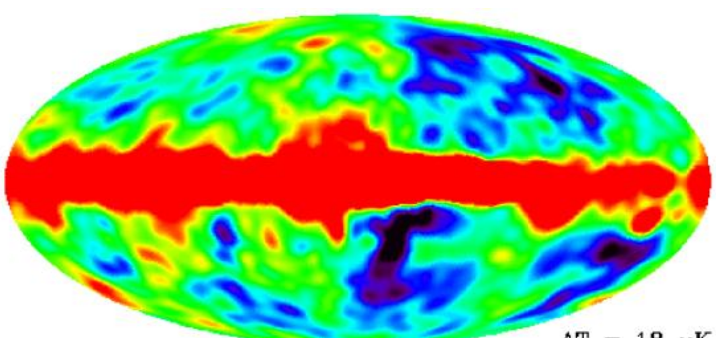
5，Planck假设与Planck公式

辐射场一例：**宇宙微波背景辐射**（CMB, Nobel物理奖2006）

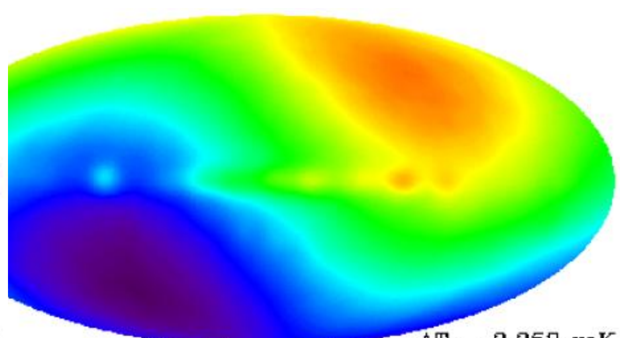




COBE



$\Delta T = 18\ \mu K$



$\Delta T = 3.353\ mK$

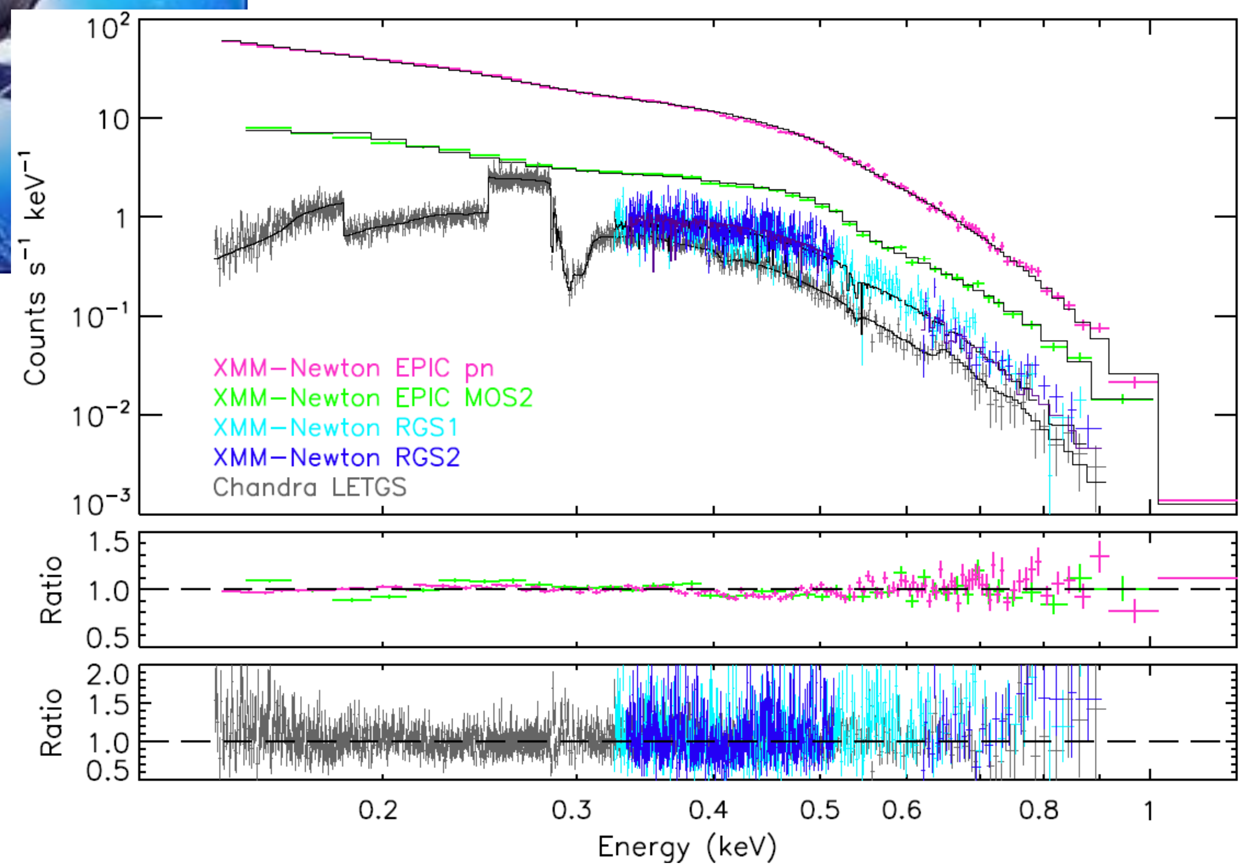
$T = 2.728\ K$

5，Planck假设与Planck公式

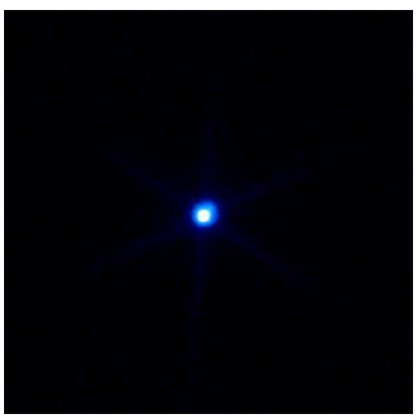
“黑体”辐射另一例：**中子星的X射线热辐射**

$1K \approx 0.86 \times 10^{-4}$ eV ~ 10^{-4} eV

Chandra和Newton卫星测得谱



Burwitz等, 2003， A&A， 399， 1109



RX J1856.5-3754的X射线像

（目前所知最靠近我们的中子星）

总　结

1，辐射场的定量描述

2，热辐射, 黑体辐射, 腔辐射

3，黑体辐射的实验规律

4，腔辐射的经典理论

5，Planck假设与Planck公式

作　业

1, 一块金属在1100K下发出红色光辉，而在同样温度下，一块石英却不发光。这是为什么？

2, 如果计算一下不同温度下热辐射中可见光所占的百分比，就会发现在太阳表面温度（~6000 K）下比例最高。此外，太阳光谱中辐射能最大的波长与人眼最灵敏的波长大致相符。你认为这些都是偶然的巧合吗？其间有什么因果关系？

3, 太阳常量（太阳在单位时间内垂直照射在地球表面单位面积上的能量）为1.94 $cal/(cm^2 * min)$，日地距离约为 $1.50 \, x \, 10^8$ km，太阳的角半径为0.00465 rad，用这些数据来估算一下太阳的温度。

4, 如果要使量子效应成为我们日常生活中普遍感觉到的现象，Planck常数h值至少应该在什么量级上？